机械波

第三节　综合练习

1. 已知一平面简谐波的表达式为 $y=A\cos(at-bx)$ (a、b为正值常量)，则：

解析：由平面简谐波的表达式：$y=A\cos\left[a\left(t-\dfrac{x}{a/b}\right)\right]=A\cos\left[2\pi\nu\left(t-\dfrac{x}{\mu}\right)\right]$ 得：

波得频率为：$\upsilon=a/2\pi$，其传播速度为：$\mu=a/b$；波长为：$\lambda=\mu/\upsilon=2\pi/b$；

而周期为：$T=1/\upsilon=2\pi/a$。故选：D

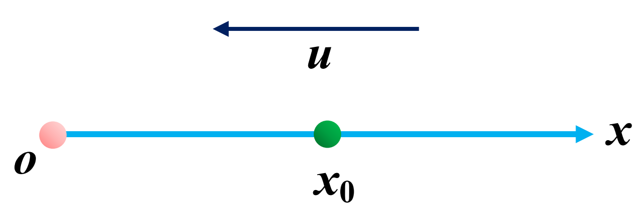
2. 一平面简谐波沿x轴负方向传播。已知$x=x_0$处质点的振动方程为：$y=A\cos(\omega t+\phi_0)$

若波速为u，则此波的表达式为：

解析：由于波沿着x轴负方向传播，则设波的振动方程为：$y=A\cos\left[\omega\left(t+\dfrac{x}{u}\right)+\varphi\right]$ (取+号)。

当$x=x_0$时，方程为：$y=A\cos(\omega t+\phi_0)$。

则：可得$\phi_0=\omega\dfrac{x_0}{u}+\varphi \Longrightarrow \varphi=-\omega\dfrac{x_0}{u}+\phi_0$



振动方程为：$y=A\cos\left[\omega\left(t+\dfrac{x-x_0}{u}\right)+\phi_0\right]$

故选：A

3. 一个波源位于O点，以O点圆心作为两个同心球面，它们的半径分别为R_1和R_2，在两个球面上分别取相等的面积ΔS_1和ΔS_2，则通过它们的平均能流之比：

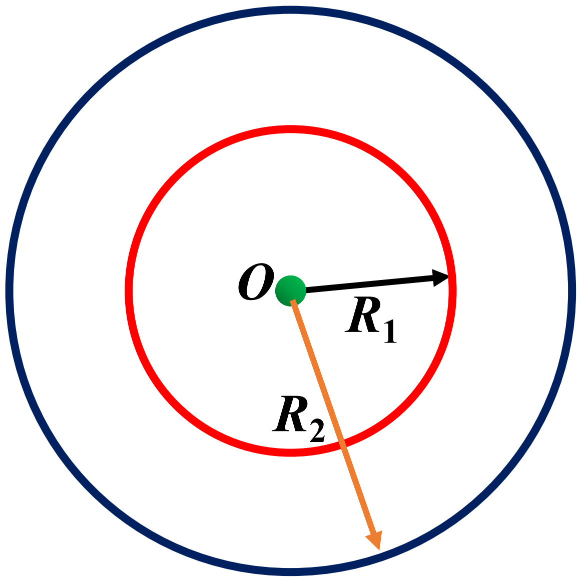
解析：如图所示：因为对于球面波的振幅A是正比于半径r的倒数，即$A \propto 1/r$，

所以：$A_1/A_2=R_2/R_1$。

对于平均能流：$\overline{P}=\dfrac{1}{2}\rho\mu^2A^2\omega^2\Delta S$，得同心球得能流之比为：

$\overline{P}_1/\overline{P}_2=A_1^2\Delta S_1/A_2^2\Delta S_2$ ，因为ΔS_1和ΔS_2相等。

所以：$\overline{P}_1/\overline{P}_2=A_1^2/A_2^2=R_2^2/R_1^2$



4. 弦上驻波表达式为：$y = 3.00\times10^{-2}(\cos 1.6\pi x)\cos 550\pi t$ (SI)。(1)若将此驻波看成传播方向相反的两列波叠加而成，求两波的振幅及波速；(2)求相邻波节之间的距离；(3)求$t=t_0=3.00\times10^{-3}$ 时，位于$x=x_0=0.625$ m处质点的振动速度。

解析：由驻波方程为： $y = 3.00\times10^{-2}(\cos 1.6\pi x)\cos 550\pi t = 2A\cos\left(\dfrac{\omega x}{u}\right)\cos(\omega t)$ 。

则 (1) 两波的振幅为：$A=1.5\times10^{-2}$ m；

波速u满足：$\omega/u=1.6\pi$；$\omega=550\pi\rightarrow u=550\pi/1.6\pi=343.75$ m/s。

(2) 相邻波节之间的距离：$\Delta x=x_{k+1}-x_k=\lambda/2$，$2\pi/\lambda=\omega/u=1.6\pi\rightarrow\lambda=1.25$ m

则$\Delta x=0.625$ m

(3) 由振动方程可得振动速度：$v=\dfrac{\partial y}{\partial t}=-16.5\pi(\cos 1.6\pi x)\sin 550\pi t$ (SI)。

当 $t_0=3.00\times10^{-3}$ s，$x=x_0=0.625$ m 时。

振动速度为：$v=-46.2$ m/s

5. 一平面波在介质中以速度μ=20 m/s沿x轴负方向传播，已知A点的振动方程为：$y=3\cos 4\pi t$ (SI)。AB间距为10 m，求(1) 以A点为坐标原点写出波动方程表达式；(2)以B点为坐标原点写出波动方程表达式。

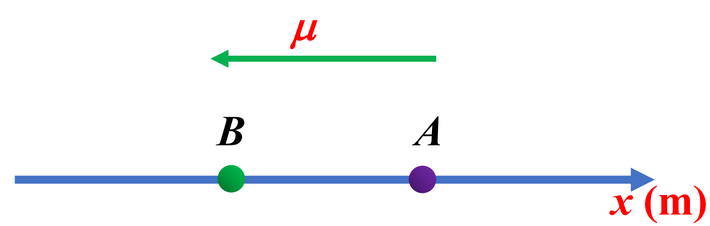
解析：如图所示：设波沿x负方向传播的表达式为：$y=A\cos\left[\omega\left(t+\dfrac{x}{\mu}\right)+\varphi\right]$ (SI)。

则若以A点为坐标原点，则x_A=0，且A点的振动方程为：$y=3\cos 4\pi t$ (SI)。

则$\varphi=0$，波动方程为：$y=3\cos\left[4\pi\left(t+\dfrac{x}{20}\right)\right]$ (SI) 。

(2) 若以B点为坐标原点，设波动方程为：$y=A\cos\left[\omega\left(t+\dfrac{x}{\mu}\right)+\varphi_B\right]$

因为B点落后A点，所以B点的初始相位落后A点的初始相位,



即$\Delta\varphi=\varphi_B-\varphi_A=-\dfrac{\omega}{u}|\Delta x|=-\dfrac{4\pi}{20}\times 10$

$\varphi_A=\varphi=0\Rightarrow\varphi_B=-2\pi$

则相应的波动方程为：$y=3\cos\left[4\pi\left(t+\dfrac{x}{20}\right)-2\pi\right]$